Distribuční funkce

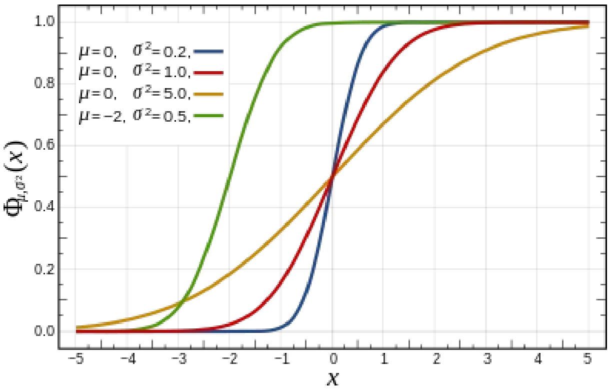
Distribuční funkce, někdy označovaná jako kumulované rozdělení pravděpodobnosti (z angl. *cumulative distribution function*), je funkce, podle které lze jednoznačně popsat **rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny**. Zároveň se jedná o funkci, kdy hodnota náhodné veličiny je vždy menší než zadaná hodnota, tedy že číselná realizace náhodné veličiny (vetšinou označované jako X) nepřekročí na dané reálné ose zadanou hodnotu x.

Popis a vzorce

Distribuční funkci označujeme $F(x)$, přičemž:

$$F(x) = \mathrm{P}(X \leq x) = P(\omega_i \in \Omega : X(\omega_i) \leq x)$$

Rozdělení	Distribuční funkce
Rovnoměrné rozdělení na intervalu $[\alpha, \beta]$	$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & x \in [\alpha, \beta] \\ 1 & x > \beta \end{cases}$
Normální rozdělení	$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$
Exponenciální rozdělení	$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - \exp\{-\lambda x\} & x \geq 0 \end{cases}$



Ilustrativní příklad distribuční funkce v několika případech s různými hodnotami střední hodnoty a rozptylu normálního rozdělení. Normované normální rozdělení je označeno červenou funkcí.

Vlastnosti

Jelikož je distribuční funkce definována jako pravděpodobnost, přiřazujeme jí několik základních charakteristik:

1. jedná se o funkci neklesající $\alpha < \beta \Rightarrow F(\alpha) \leq F(\beta)$;
2. zprava spojitou $\lim_{x \to \alpha^+} F(x) = F(\alpha)$;
3. její asymptotické vlastnosti říkají, že je definována v intervalu od nuly do jedničky včetně $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$ a $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$.

Zároveň je vhodné zmínit, že se jedná o funkci inverzní k funci kvantilové, u níž výsledek není pravděpodobnost (jako je u distribuční funkce), ale právě číslo na reálné ose, které zkoumané pravděpodobnosti odpovídá. Platí tedy, že:

Distribuční funkce: $F(x_p) = \mathrm{P}(X \leq x_p) = p$

Kvantilová funkce: $x_p = F^{-1}\mathrm{P}(X \leq x_p) = F^{-1}(p)$

Odkazy

Související články

- Normální rozdělení
- Poissonova distribuce
- Míry variability
- Míry polohy
- Studentovo rozdělení

Použitá literatura

- WOOLSON, Robert F. a William CLARKE. *Statistical Methods for the Analysis of Biomedical Data.* 2. vydání. New York : John Wiley & Sons. Inc., 2002. 368 s. ISBN 9780471394051.